Решения на задачите за републиканския кръг на националната олимпиада по астрономия

ученици VII ÷ IX клас

1. Като знаем наклона на еклиптиката спрямо небесния екватор $\varepsilon = 23°27'$, можем да определим географската ширина на Северния полярен кръг: $\varphi = 90° - \varepsilon = 66°33'$. **(1 т.)**

На северната полярна окръжност височината над хоризонта на пресечната точка на небесния екватор с меридиана на мястото е :

$$h_e = 90° - \varphi = \varepsilon \quad \textbf{(1 т.)}$$

Тогава ъгловото отстояние на звездата от точката Юг на хоризонта в горна кулминация е:

$$\Delta_S = h_e + \delta = 23°27' + 74°30' = 97°57'$$

Следователно в горна кулминация звездата е на север от зенита.

Височината ѝ над хоризонта е:

$$h' = 90° - (\Delta_s - 90°) = 90° - 7°57' = 82°03', \quad \textbf{(1 т.)}$$

(или $h' = 180° - \Delta_s = 180° - 97°57' = 82°03'$).

Ъгловото отстояние на звездата от северния небесен полюс е:

$$\Delta_N = 90° - \delta = 90° - 74°30' = 15°30'. \quad \textbf{(1 т.)}$$

Следователно в долна кулминация височината на звездата над хоризонта ще бъде:

$$h'' = h' - 2\Delta_N = 82°03' - 31° = 51°03'. \quad \textbf{(1 т.)}$$

Азимутът на звездата ще бъде *180°* както в горна, така и в долна кулминация. Часовият ъгъл на звездата ще бъде 0^h в горна кулминация и 12^h в долна кулминация. **(3 т.)**

Ако звездата е била в горна кулминация в 22^h13^m UT, то тя ще бъде в долна кулминация след половин звездно денонощие. Тъй като звездното денонощие има продължителност приблизително 23^h56^m, то долната кулминация ще се случи след 11^h58^m или в 10^h11^mUT на следващата дата. **(3 т.)**

2. Разстоянието (в pc) до звездата, което съответства на стойността на измерения и паралакс е:

$$r = 1/\pi'' \approx 166{,}7\ pc \quad \textbf{(2 т.)}$$

Ако отчетем грешката при измерването на паралакса на тази звезда, то истинската му стойност ще лежи в интервала $[\pi_1, \pi_2]$, където

$$\pi_1 = \pi - \Delta\pi = 0$$

$$\pi_2 = \pi + \Delta\pi = 0'',012 \quad \textbf{(1 т.)}$$

Ако пресметнем разстоянието до звездата Ригел с помощта на тези гранични стойности за нейния паралакс, ще получим:

$$r_1 = 1/\pi_1 \to \infty$$

$$r_2 = 1/\pi_2 = 1/0'',012 \approx 83{,}3\ pc. \quad \textbf{(1 т.)}$$

Тогава със сигурност можем да твърдим, че звездата Ригел се намира на разстояние **не по-малко** от 83,3 pc от нас. **(3 т.)**

3. А) Преди избухването звездата е създавала на Земята осветеност E_0 (съответстваща на началната звездна величина $m_0=21$), а в момента, когато видимата и звездна величина е станала $m_1=2$ — осветеност E_1. По формулата на Погсон:

$$\frac{E_1}{E_0} = (2{,}512)^{m_0 - m_1}$$

$$E_1/E_0 = L_1/L_0,$$

където L_0 е светимостта на звездата преди избухването, а L_1 – светимостта при достигане на видима звездна величина m_1.

$$L_1/L_0 = (2.512)^{m_0 - m_1} = 4\times10^7 \text{ пъти} \quad \textbf{(2 т.)}$$

Б) Предполагаме, че свеимостта на звездата остава постоянна, а блясъкът ѝ се увеличава поради това, че звездата се движи към нас със скорост *v*. В момента, когато звездната и величина е била m_0, тя се е намирала на разстояние r_0 = 1550 pc, а когато се е приближила на разстояние r_1 звездната и величина е станала m_1. В първия момент звездата е създавала на Земята осветеност E_0, а във втория – E_1. Според закона на Ламберт:

$$\frac{E_1}{E_0} = \left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2$$

(2 т.)

Използвайки формулата на Погсон, получаваме:

$$\frac{r_0^2}{r_1^2} = (2{,}512)^{m_0 - m_1} \text{ или}$$

$$r_1 = r_0 (2{,}512)^{-\frac{m_0 - m_1}{2}} \quad \textbf{(1 т.)}$$

Изминатото от звездата разстояние за време $t = 2^d\ 17^h$ ще бъде

$$\Delta r = r_0 - r_1 = r_0\left(1 - (2{,}512)^{-\frac{m_0 - m_1}{2}}\right)$$

а скоростта на движение е:

$$v = \frac{\Delta r}{t} = \frac{r_0}{t}\left(1 - (2{,}512)^{-\frac{m_0 - m_1}{2}}\right) = 3{,}2 \cdot 10^7\ m/s$$

(2 т.)

Получената скорост е около 100 пъти по-голяма от скоростта на светлината $c = 300\ 000\ km/s$ и следователно повишаването на блясъка на звездата не може да се обясни с приближаването и към нас, тъй като не може да се движи със скорост по-голяма от скоростта на светлината. **(2 т.)**

В) Съгласно ефекта на Доплер $\Delta\lambda/\lambda = w/c$, където w е скоростта, с която звездата изхвърля обвивката си при взрива. Тогава

$$w = c\ \Delta\lambda/\lambda \approx 2530\ km/s. \quad \textbf{(3 т.)}$$

4. Гравитационната сила на привличане на Слънцето действа не само на предметите, които се намират върху Земята, но и на самата Земя. Тя придава както на телата върху Земята, така и на нашата планета еднакви ускорения. Движейки се около Слънцето, Земята и предметите, намиращи се на повърхността й, са в състояние на свободно падане по отношение на Слънцето. Следователно силата на тежестта, която действа върху телата на земната повърхност, се определя единствено от земното притегляне, ако не отчитаме приливните ефекти и инерчните сили, пренебрегвайки размерите на Земята. Ето защо твърдението, че телата са по-тежки през нощта, отколкото през деня, не е вярно. **(7 т.)**

5. За да определим размерите на обекти по земната повърхност, които могат да бъдат различавани с камерата, трябва да изчислим височината, на която лети спътникът. Използваме третия закон на Кеплер:

$$\left(\frac{T_1}{T_{gs}}\right)^2 = \left(\frac{R_1}{R_{gs}}\right)^3$$

или

$$R_1 = R_{gs}\left(\frac{T_1}{T_{gs}}\right)^{2/3} = 6550\,km \qquad \textbf{(2 т.)}$$

където T_1 = 88 km е периодът на спътника, T_{gs} – периодът на геостационарния спътник, R_1 – радиус на орбитата на спътника с камерата, R_{gs} – радиус на орбитата на геостационарния спътник:

$R_{gs} = R_{\oplus} + H_{gs} = 6370 + 35770 = 42140$ *km*. **(1 т.)**

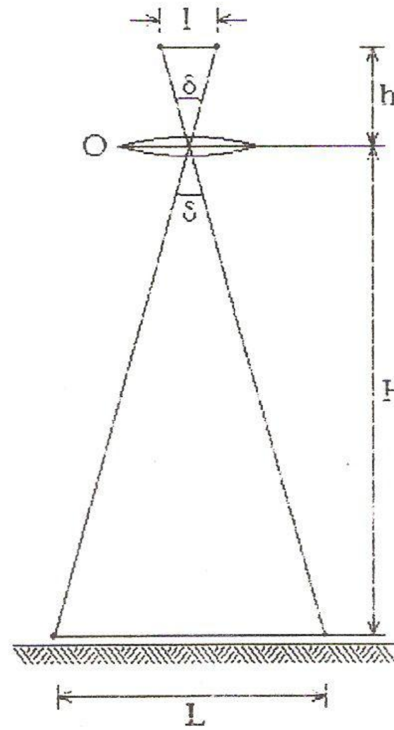
Периодът на геостационарния спътник е равен на периода на едно завъртане на Земята около оста й, т.е. на едно звездно денонощие: $T_{gs} = 23^h\, 56^m = 1436^m$ **(2 т.)**

$$R_1 = R_{\oplus} + H,$$

където H е височината на спътника над земната повърхност.

$H = R_1 - R_{\oplus} = 6550 - 6370 = 180$ *km* **(1 т.)**

Нека h е разстоянието от обектива на камерата, на което се получава образът на фотографирания обект, l – разделителната способност на фотоемулсията, L – размерът на обект с изображение равно на разделителната способност на камерата, f – фокусното разстояние на камерата. Обективът **O** създава изображение на обекта **L** върху приемника (виж фигурата).



Нека големината на това изображение l е равна на разделителната способност на приемника, т.е. $l = 10\ \mu m$.

I начин:

От подобието на триъгълниците от фигурата следва, че

$\frac{l}{L} = \frac{h}{H}$, и следователно: $L = l\frac{H}{h}$. **(2 т.)**

От основното уравнение на геометричната оптика

$$\frac{1}{H} + \frac{1}{h} = \frac{1}{f}$$

получаваме, че $h = \frac{fH}{f + H}$.

Тогава окончателно получаваме:

$$\boxed{L = \frac{l}{f}(H - f)}. \qquad \textbf{(3 т.)}$$

Тъй като $H >> f$, то при числовите пресмятания е удобно да напишем:

$$L = l\frac{H}{f} = 0{,}1\,m \qquad \textbf{(2 т.)}$$

II начин: От формулата за мащаб на камера

$d = \delta f \qquad [\delta] = rad,$ **(2 т.)**

следва, че $l = \delta f$ или: $\delta = \frac{l}{f}$.

Тъй като H >> l, то

$\frac{L/2}{H} = \frac{\delta}{2}$, или $L = \frac{\delta}{H}$. **(3 т.)**

Следователно

$$L = l\frac{H}{f} = 0.1\,m \qquad \textbf{(2 т.)}$$

Тъй като слоновете са съществено по-големи от 10 cm, то няма проблеми да бъдат наблюдавани с този спътник. **(0 т.)**